A-PDF Merger DEMO : Purchase from www.A-PDF.com to remove the watermark

ISSN 1680-8894

REVISTA DE I + D TECNOLÓGICO

VOLUMEN I • Número 2 • Diciembre – 2002

AUTORIDADES DE LA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PANAMÁ

RECTOR
Héctor M. Montemayor A.

VICERRECTOR ACADÉMICO
Salvador Rodríguez

VICERRECTOR DE INVESTIGACIÓN, POSTGRADO Y EXTENSIÓN
Ramón O. Argote R.

VICERRECTOR ADMINISTRATIVO
Vieria González

SECRETARIA GENERAL
Tisla de Destro

Correspondencia para suscripciones y/o canje:
Universidad Tecnológica de Panamá
Vicerrectoría de Investigación, Postgrado y Extensión
Apdo. Postal: 6-2894, El Dorado
Panamá, Rep. de Panamá

Edición aprobada por la Vicerrectoría de Investigación, Postgrado y Extensión de la Universidad Tecnológica de Panamá

DIRECTOR DEL COMITÉ EDITORIAL
Eleicer Ching Prado

COMITÉ EDITORIAL
Ildeman Abrego
Clifton Clunie
Abdoulaye Diallo
Oscar Ramírez
Víctor Sánchez

PORTADA
Arte y diseño:
Departamento de Divulgación Técnica Educativa
(Universidad Tecnológica de Panamá)

LEVANTADO DE TEXTO
Y DIAGRAMACION
Zaira J. Jaramillo
Pedro R. De León G.

Impreso en Panamá
500 ejemplares
Imprenta - Depto. de Divulgación Técnica Educativa
(Universidad Tecnológica de Panamá)

CONTENIDO

Características del Suelo Marino (Lama) en Panamá. . . . . *C. Mesa*	9
Manejo Topológico de la Red de Media Tensión en Situaciones de Emergencia. . . . . *R. A. Rodríguez Jaramillo*	19
Expansión en Serie de las Matrices Reducidas de Wigner. . . . . *A.F. Diallo*	29

A MODO DE PRESENTACIÓN

Las tareas de investigación científica son fundamentales en una universidad que se precie de serlo, y en el caso de nuestra Universidad Tecnológica de Panamá son parte de la altísima misión que la nación le ha encomendado a esta Institución, y que nos esforzamos por cumplir. Este aserto, que en otro contexto parecería superfluo, gana hoy vigencia, pertenencia, no sólo porque hacer investigación, e investigación de calidad, es cada día más difícil, frente a la incomprensión de su necesidad o los apremios del erario, sino también porque esa necesidad crece cada día, en especial en sociedades como la panameña, constreñidas sin duda por tantas carencias, pero abierta, paradójicamente a tantas posibilidades que sólo con la generación de conocimiento propio, adaptación creativa y reformulación crítica de lo que se haga allende nuestras fronteras, podrá explotarse para el bien del país.

Y por este motivo, el ejemplar que tiene hoy en sus manos, no sólo demuestra a propios y extraños que en Panamá se hace investigación, e investigación variada, rica y rigurosa en los campos más diversos de la ciencia y la tecnología –como nos agradará ir mostrando en la vida que esta publicación alcance-, sino que muestra que las tareas de difusión del conocimiento científico, sin los cuales el conocimiento queda huérfano o estéril, han logrado abrirse un espacio en esta Casa de Estudios.

Crear verdades, conocimiento contrastable y por ello provisorio, y lograr su epifanía son requisitos para que el conocimiento eslabone esa cadena crítica que permite no sólo pasar de una verdad a otra, sino crear comunidad, sentido de pertenencia, sin los cuales tampoco la investigación logra alcanzar toda su eficacia.

Saludamos a los editores y colaboradores de está revistados científica cuyo nacimiento honra a la Universidad Tecnológica de Panamá y al país. Le auguramos vida larga y comprometemos para ello todo el apoyo desde nuestra gestión rectoral para seguir desbrozando caminos y oteando horizontes nuevos.

Ing. Héctor Montemayor Abrego
Rector

CARACTERÍSTICAS DEL SUELO MARINO (LAMA) EN PANAMÁ

Ing. Carlos Mesa, M.I.
Universidad Tecnológica de Panamá
Centro Experimental de Ingeniería
Laboratorio de Suelos y Asfalto
e-mail: cmesa@utp.ac.pa
Panamá, Rep. de Panamá

RESUMEN.

La importancia de las construcciones en la Bahía de Panamá, ha ido en aumento en los últimos años y lo más probable es que continúe este aumento. Dentro de tales construcciones se encuentra la construcción de Costa del Este, El viaducto del Corredor Sur, Muelle de Cruceros en Amador, Puerto de Balboa, Islas artificiales de Punta Pacífica (construcción en proyecto), tuberías de drenaje de aguas negras y lluvias. El correcto funcionamiento de estas obras depende en gran medida de la estabilidad del suelo que la sustenta y de las cargas que éste le transmite. Estos factores (estabilidad y fuerzas del suelo) dependen a la vez de las características del fondo marino superficial (lama). El propósito de este trabajo es presentar las características encontradas hasta ahora en el lecho marino de la llamada arcilla (lama) de Panamá. La información que se presenta se basa en los resultados obtenidos de las exploraciones geotécnicas para la construcción de Costa del Este, El Corredor Sur, Muelle de Cruceros en Amador, Puerto de Balboa, Islas artificiales de Punta Pacífica (construcción en proyecto), Puerto de Manzanillo, Puerto de Coco Solo, Puerto de Cristóbal y France Field entre otros.

Palabras claves: Bahía de Panamá, características físico-química de la lama, estratigrafía, suelo marino.

ABSTRACT

The importance of construction in the Bay of Panama has increased during the past years and in all probability will continue to grow. Among this construction we find Costa del Este Development, the viaduct of the Southern Corridor, the Cruise Ship Dock at Amador, Port of Balboa, man-made Islands at Pacific Point (in project), sewage and storm drainage pipelines. The proper performance of these works greatly depends upon the stability of the supporting soil and the applied loading. These factors (stability and soil strength) also rely on the characteristics of the superficial marine soil (loam). This purpose of this paper is to present the characteristics encountered to date in the marine bottom of the so called Panama clay (loam). The information presented is based upon the results of the geotechnical surveys for construction of Costa del Este Development, the Southern Corridor, Cruise Ship Dock at Amador, Port of Balboa, man-made island at Pacific Point (in project), Port of Manzanillo, Port of Coco Solo, Port of Cristobal and France Field among others.

Keywords: Bay of Panama, loam mechanics characteristics, stratigraphy, sea soil.

1. Introducción

En períodos geológicos relativamente recientes, la superficie de la tierra se encontraba a un nivel más elevado que el presente y los grandes ríos cortaron valles profundos. Siguió un período de subsidencia, causando la reducción de la velocidad de las corrientes, particularmente a lo largo de los cursos bajos, dando como resultado la deposición de sedimentos de suelos finos (limos y arcillas), así como de detritos vegetales arrastrados por las corrientes. Transformaciones periódicas del mar dieron origen a áreas salobres y a las mezclas de arcillas, limos y materia vegetal arrastradas por las corrientes, con sedimentos marinos como arenas y fragmentos de conchas. El último movimiento geológico en las costas, levantó 1,20 m la superficie de los estuarios, pantanos y de las áreas transformadas por las mareas. La formación resultante de estos procesos de deposición es conocida como la arcilla (lama) de Panamá que hace parte del subsuelo de los estuarios, pantanos, manglares, lecho marino, etc.

La lama se encuentra ampliamente distribuida en el lado Atlántico del Istmo, donde rellena canales de corrientes antiguas en el lago Gatún.

Algunos de estos depósitos tienen más de 60 m de espesor. Comprende los valles de los ríos Chagres, Trinidad y Gatún, asociados con las áreas costeras y pantanosas. En el lado del Pacífico se extiende desde las cercanías de las esclusas de Miraflores hasta la Bahía de Panamá, registrándose espesores hasta de 14 m.

El origen de los grandes espesores de arcilla (lama) se atribuye al aporte de los ríos, transportando materiales del tamaño de limos y arcilla, los cuales son depositados en las zonas de baja velocidad de las corrientes, particularmente a lo largo de los cursos bajos. En la Bahía de Panamá los principales causes que aportan sedimentos son: El

Río Matasnillo, Río Abajo, Matías Hernández, Juan Díaz, Tocumen y Chepo.

2. Fisiografía

La topografía es de un relieve suave (pendientes de 1 m/km) y esencialmente es el producto de una sedimentación progresiva, en contraste con los procesos de erosión que caracterizan las áreas adyacentes.

3. Estratigrafía

Los depósitos de esta arcilla (lama) son uniformemente suaves y débiles. Están compuestos predominantemente por sedimentos del tamaño de limo. Su contenido de agua, en su estado natural es muy alto. Se reconocen cuatro (4) fases [1] descritas a continuación:

- La Primera fase, fase inferior, que se encuentra en contacto con las rocas de formaciones más antiguas, consiste de una arcilla limosa de color azul a azul grisáceo.
- La segunda fase depositada en agua salobres a marinas, contiene abundantes cantidades de conchas en una matriz orgánica, limosa, de color negro.
- La tercera fase es la pantanosa que está compuesta por materiales de color negro, orgánicos, de granulometría muy fina, mezclados con madera y otras substancias vegetales semi-descompuestas, intercaladas con suelos finos (limos y arcillas).
- La cuarta fase consiste en una arcilla de consistencia suave, de color gris claro a café grisáceo, plástica y yace sobre la fase pantanosa, orgánica.

Las cuatro fases se integran lateralmente, encontrándose lentes de arena localmente. Los estratos son esencialmente horizontales.

4. Propiedades

4.1 Relación de Vacíos u Oquedad

Es la relación entre el volumen de vacíos y el volumen de sólidos. Se expresa con la letra e y se define como:

$$e = \frac{V_v}{V_s} \qquad (2\text{-}1)$$

Varía teóricamente entre 0 ($V_v = 0$) a ∞ (Valor correspondiente a un espacio vacío). En la práctica no suele hallarse valores menores de 0,25 (arena con finos muy compacta) ni mayores de 15, en el caso de algunas arcillas altamente compresibles. A continuación se presenta las relaciones de vacíos encontradas. [2, 3].

La relación de vacíos de la lama (Pacific Muck) varía entre 1,12 a 5,44

La relación de vacíos de la lama (Atlantic Muck) varía entre 1,24 a 2,45

4.2 Grado de Saturación

Es la relación entre el volumen del agua y el volumen de vacíos. Se expresa con las letras S_r y se define como sigue:

$$S_r\% = \frac{V_w}{V_v} \times 100 \qquad (2\text{-}2)$$

Como se observa, también se acostumbra expresarlo como un porcentaje. Teóricamente varía entre 0% (suelo seco) a 100% (suelo totalmente saturado). En el campo se tiene que siempre se cumple que $0\% < S_r \leq 100\%$. El grado de saturación en la mayoría de los casos de la arcilla (lama) fue del 100% [2, 3].

S_r de la lama (Pacific Muck) 68 – 100 %

S_r de la lama (Atlantic Muck) 88 – 108 %

4.3 Contenido de Agua

Es la relación entre la masa del agua y la masa de los sólidos de una muestra de suelo. Se expresa con la letra w y se define de la siguiente manera:

$$w\% = \frac{m_w}{m_s} \times 100 \qquad (2\text{-}3)$$

Esta relación se puede expresar como porcentaje o en forma decimal. Teóricamente varía de 0 a ∞.

En la práctica varía desde 0% (en el suelo secado artificialmente en laboratorio) hasta 1 400 % en arcillas japonesas. En la tabla No.1 se presenta algunos valores típicos del contenido de agua para diferentes arcillas [2, 3, 4].

TABLA No. 2-1 Valores del Contenido de Agua en Arcillas

Tipo de Suelo	W%
Arcillas japonesas	1200 – 1400
Arcilla de la C.D de México	500 – 600
Arcilla del Sureste de México	1000
Lama (Pacific Muck)	33 – 261
Lama (Atlantic Muck)	43 – 138

Tipo de Material	Ss
Cuarzo	2,67
Calcita	2,72
Arena de Chame (hierro)	3,0
Turba (alta / orgánico)	1,5
Arcilla de la C.D de México	2,20 – 2,60
Lama (Pacific Muck)	2,22 – 2,67
Lama (Atlantic Muck)	2,46 – 2,79

4.4 Límites de Consistencia

Los índices de plasticidad de las arcillas (lama) varían entre 14 y 59 %, teniendo límites líquidos cercanos al contenido natural de agua con valores que en su mayoría varían entre 42 y 101 %; sólo en el caso de algunas zonas cercanas a la costa, donde las arcillas son limosas o arenosas el límite líquido llega a tener valores tan bajos como de 30% [2, 3].

En la Figura No.2-1, se muestra la carta de plasticidad para las arcillas (lama) del Pacífico (Pacific Muck) y del Atlántico (Atlantic Muck) [2, 3].

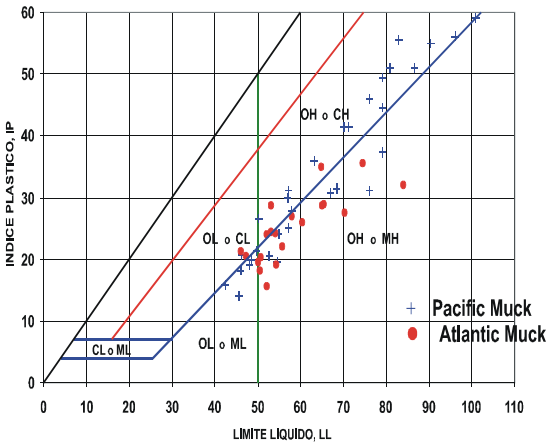


Figura No- 2-1 Carta de Plasticidad para la Clasificación de Suelos de Partículas Finas. La mayoría de las arcillas encontradas pertenecen a la clasificación de suelos de alta plasticidad.

4.5 Densidad de los Sólidos del Suelo

Resulta igual numéricamente a lo que se le ha llamado densidad relativa de los sólidos del suelo, o a la mal llamada gravedad específica (dado que no depende de la gravedad). La diferencia radica en que la densidad de los sólidos tiene unidades mientras que la densidad relativa no.

Densidad Relativa:

$$G_s = S_s = \frac{\rho_s}{\rho_w} \times 100 \qquad (2\text{-}4)$$

Densidad:

$$\rho = \frac{m}{v} \qquad (2\text{-}5)$$

La densidad relativa de la mayoría de las partículas minerales constituyentes de un suelo (S_s) varía entre 2,6 – 3,0. En la Tabla No. 2-2, se presenta los valores encontrados para los minerales y suelos más frecuentes [2, 3, 4].

TABLA No. 2-2 Valores Típicos de la Densidad de Sólidos

4.6 Pesos Específicos

El peso de un cuerpo en un cierto lugar, se define como la masa de ese cuerpo multiplicada por la aceleración de la gravedad local.

$$W = m \cdot g \qquad (2\text{-}6)$$

Por otra parte, el peso específico (peso volumétrico) se define como la relación que existe entre el peso de un cierto material y el volumen que ocupa.

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{m \cdot g}{V} = \rho \cdot g \qquad (2.7)$$

En la Tabla No. 2-3 se presentan valores típicos del peso volumétrico seco y natural para algunos suelos [2, 3, 4].

TABLA No. 2-3 Valores Típicos de Pesos Específicos

Tipo de Suelo	γm (t/m3)	γd (t/m3)
Arena uniforme a bien gradada	1,89 – 2,32	1,43 – 2,12
Limo	1,54 – 1,87	0,85 – 1,38
Arcilla orgánica	1,43	0,68
Bentonita	1,27	0,43
Lama (Pacific Muck)	1,29 – 1,70	0,68 – 1,09
Lama (Atlantic Muck)	1,44 – 1,84	0,73 – 1,28

γm Peso específico húmedo

γd Peso específico seco

4.7 Propiedades Mecánicas en Muestras Inalteradas

La resistencia al corte de las arcillas (lama) varía generalmente entre 0,2 a 2,1 t/m^2, aunque excepcionalmente llega a 2,5 t/m^2; para fines prácticos se puede considerar como valor medio 1 t/m^2 [2, 3]. Estos valores de la resistencia deben ser tomados en cuenta tanto en el análisis de las fuerzas de interacción suelo estructura, como en los problemas de excavación y dragado. La sensibilidad de las arcillas determinada mediante la realización de pruebas de cortante con veleta miniatura en muestras inalteradas varió entre 0,1 a

3,5 t/m^2, pudiéndose considerar sin embargo como valor medio 1,5 t/m^2 [2, 3].

La resistencia a compresión simple (q_u) determinada con penetrómetro de bolsillo en muestras inalteradas de arcilla (lama) varió entre 0,19 a 3,0 t/m^2 [2, 3].

En pruebas de consolidación realizadas a muestras inalteradas de arcilla (lama) se registraron los siguientes valores [2, 3]:

- El esfuerzo crítico o presión de preconsolidación (p_c) varió entre 0,18 a 0,80 kg/cm^2
- El coeficiente de consolidación (c_v) crece en forma monótona con la relación de vacíos de 0,11 x 10^{-4} a 125 x 10^{-4} cm^2/s
- El módulo edométrico (m_v) fue variable de 0,001 a 0,202 cm^2/kg
- El índice de compresión (c_c) varió de 0,20 a 1,71

En la Tabla No. 2-4 debida a A. Casagrande y R.E. Fadum, aparece las interrelaciones entre el coeficiente de permeabilidad, los tipos de suelos y el grado de permeabilidad [4]. El grado de permeabilidad de la arcilla (lama) es prácticamente impermeable y clasifica según Casagrande como arcillas homogéneas impermeables.

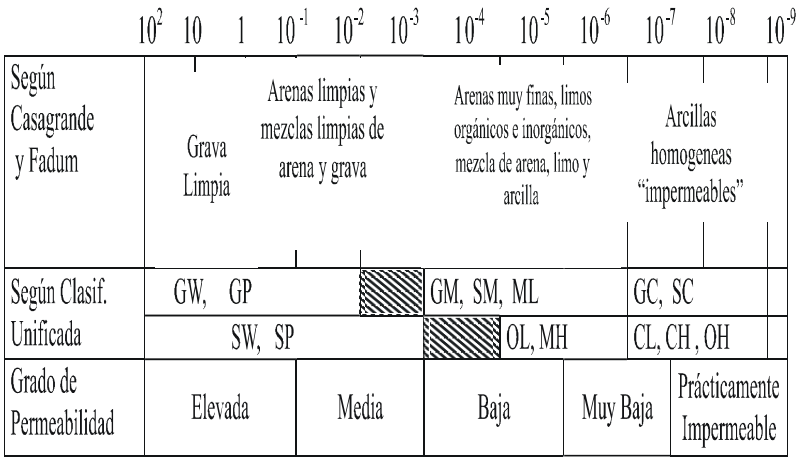
- El coeficiente de permeabilidad vertical (k_V) de la arcilla (lama) varía entre 1,97 x 10^{-7} cm/s a 0,1 x 10^{-9} cm/s

- El coeficiente de permeabilidad horizontal (kH) de la arcilla (lama) varía entre 1,25 x 10-7 cm/s a 9,9 x 10-8 cm/s.

Las características de la mayoría de los materiales granulares encontradas superficialmente corresponden a arenas medias con alto contenido de carbonato (conchas y fragmentos de coral), con granos angulosos.

En particular, cuando los materiales granulares provienen de la descomposición de un arrecife o bancos de coral, sus granos están constituidos por fragmentos de conchas y del mismo coral. Existen sin embargo algunas zonas cercanas a las costas donde se encontraron superficialmente materiales areno limosos que pueden ser susceptibles a licuación en el evento de un sismo o por efectos de cargas cíclicas de oleajes durante tormentas.

TABLA No. 2-4 Coeficiente de Permeabilidad, k en cm/s (Escala Logarítmica)



En la Tabla No. 2-5 se presenta el intervalo de valores de las propiedades mecánicas de la lama de Panamá [2, 3].

TABLA No. 2-5 . Propiedades Mecánicas de la Lama

Parámetros de Resistencia	Pacific Muck	Atlantic Muck
Cohesión, t/m^2 (c)	0,3 – 2,1	0,2 – 1,95
Ángulo de fricción interna, grados (φ)	4 - 12	2 – 13
Presión de presconsolidación, kg/cm^2 (p_c)	0,18 – 0,80	0,22 – 0,80
Coeficiente de consolidación, 10^{-4} cm^2/s (c_v)	0,16 - 125	0,11 – 20,9
Módulo edométrico, cm^2/kg (m_v)	0,001 – 0,42	0,002 – 0,202
Indice de compresión (c_c)	0,20 – 1,47	0,40 – 1,71
Coeficiente de permeabilidad , 10^{-7} cm/s (k)	0,001 – 5,07	0,0022 – 4,22

TABLA No. 2-6 pH del Suelo

Acidez del Suelo	**pH**
Muy fuertemente ácido	4,0
Fuertemente ácido	4,5
Ácido	5,0
Moderadamente ácido	5,5
Ligeramente ácido	6,0
Muy ligeramente ácido	6,5
Neutro	7,0
Alcalino	7,5

TABLA No.2-7 Análisis Químicos en Muestras de Lama

Elementos Químicos	Valor Obtenido, %
Silicio (Si)	18,7 – 21,0
Calcio (Ca)	3,6 – 4,3
Hierro (Fe)	7,0 – 7,34
Aluminio (Al)	10,6 – 11,64
Azufre (S)	0,2 – 0,4
Magnesio (Mg)	0,12 – 0,18
Sodio (Na)	0,14 – 0,22
Potasio (K)	0,16 – 0,24
Cloruros (Cl^-)	0,2 – 0,5
Sulfatos (SO_4^{2-})	0,2 – 0,4
Cobre (Cu)	0,004 – 0,0065
Níquel (Ni)	0,00325 – 0,0055
Plomo (Pb)	< 0,001
Cromo (Cr)	0,01375 – 0,027

TABLA No.2-8 Valores Típicos de Elementos Químicos**, %**

Elemento	Suelos arcillosos	Suelos Siliceos
Silicio (Si)	18 – 22	< 75,0
Calcio (Ca)	1 – 5	< 1,0
Hierro (Fe)	1 – 5	< 1,0
Aluminio (Al)	3 – 5	< 1,0
Azufre (S)	0,05 – 0,1	< 0,5
Magnesio (Mg)	0,5 – 1,0	< 1,0
Sodio (Na)	< 3	< 1,0
Potasio (K)	< 3	< 1,0

4.8 Propiedades Químicas del Suelo

Las propiedades índices y mecánicas de la arcilla (lama) pueden cambiar al variar los cationes canjeables de diferentes elementos químicos (Na^{+}, k^{+}, Ca^{++}, Mg^{++}, Al^{+++}, Fe^{++}, Cu^{++}, Zn^{++}, etc.). La capacidad del intercambio catiónico aumenta con el grado de acidez de la partícula de arcilla (lama), es decir es mayor (capacidad de intercambio) si el pH del suelo es menor; la actividad catiónica se hace notable, en general, para pH menor que 7. El pH de la arcilla (lama) encontrado varió entre 6,8 a 7,0 [3, 5]. En la Tabla No. 2-6 se presenta la acidez del suelo de acuerdo al pH [6].

Además se determinó el pH del agua de la arcilla (lama), varía entre 6,9 a 7,6 y el pH del agua del mar, varía entre 7,1 a 7,2 [3, 5]. En la Tabla No. 2-7 se presentan los resultados de análisis químicos en muestras de arcilla[3, 5] (lama) y en la Tabla No. 2-8 los valores típicos de elementos químicos en los suelos arcillosos [6].

5. Descripción de la Lama

Arcilla, color gris oscuro, con arena y conchas, plasticidad media a alta, consistencia natural muy suave a suave (se escurre al apretarla). Presenta materia orgánica (restos de raíces, madera, conchas y otras sustancias vegetales semi-descompuestas), contenido natural de agua medio a alto, grado de permeabilidad prácticamente impermeable; nombre local lama (Pacific Muck o Atlantic Muck).

Por lo general estas arcillas son plásticas, se contraen al secarse, presentan marcada cohesión según su contenido de agua, son compresibles y al aplicárseles una carga en su superficie se comprimen lentamente. Otra característica interesante, desde el punto de vista de la construcción, es que la resistencia perdida por remoldeo se recupera parcialmente con el tiempo (tixotropía).

Se puede decir que un contenido mínimo del 15% de lama en un suelo le dará a éste las propiedades de la arcilla.

6. Conclusiones

Las principales conclusiones del presente trabajo son las siguientes:

- Los suelos superficiales del fondo marino de la Bahía de Panamá y la costa de Colón corresponden a una arcilla, color gris oscuro, con arena y conchas, plasticidad media a alta, consistencia natural muy suave a suave (se escurre al apretarla). Presenta materia orgánica (restos de raíces, madera, conchas y otras sustancias vegetales semi-descompuestas), contenido natural de agua medio a alto, grado de permeabilidad prácticamente impermeable; nombre local lama (Pacific Muck o Atlantic Muck).
- Por lo general estas arcillas son plásticas, se contraen al secarse, presentan marcada cohesión según su contenido de agua, son compresibles y al aplicárseles una carga en su superficie se comprimen lentamente. Otra característica interesante, desde el punto de vista de la construcción, es que la resistencia perdida por remoldeo se recupera parcialmente con el tiempo (tixotropía).
- Este material (lama) de plasticidad media a alta, impermeable y pH $\leq$ 7,0 sólo podrá ser utilizado para impermeabilización de tanques de almacenamiento de agua para uso agrícola, ganadero y piscicultura.
- Se puede decir que un contenido mínimo del 15% de lama en un suelo le dará a éste las propiedades de la arcilla.
- Existen en algunas zonas materiales granulares susceptibles a licuación que requieren de un análisis cuidadoso para conocer su potencialidad a licuarse y las consecuencias que se tendrían al ocurrir tal fenómeno.

7. Referencias

[1] Traducción de los Anexos 3, 4 y 5 del Informe del Gobernador del Canal de Panamá, Estudios del Canal Interoceánico, 1947.

[2] Exploraciones geotécnicas realizadas por: Ingenieros Constructores Asociados (ICA), Tecnilab, S.A., Ingenieros Geotécnicos, Laboratorio de Suelos de U.T.P., para la construcción de Costa del Este, El Corredor Sur, Muelle de Cruceros en Amador, Puerto de Balboa, Islas artificiales de Punta Pacífica (construcción en proyecto), Puerto de Manzanillo, Puerto de Coco Solo, Puerto de Cristóbal y France Field entre otros, 1970 - 2000.

[3] Memoria geotécnica del proceso constructivo sin retirar la arcilla (lama) de Islas Artificiales de "Punta Pacífica", en Panamá, República de Panamá. División de Ingeniería de ICA, 2000.

[4] Juarez Badillo y Rico Rodriguez, Fundamentos de Mecánica de Suelos Tomo 1, México: Limusa, tercera edición, 1992.

[5] Laboratorio de Química. Centro Experimental de Ingeniería. UTP. República de Panamá, 2000.

[6] Hans W. Fassbender, Química de Suelos. Instituto Interamericano de Ciencias Agrícolas 1978.

MANEJO TOPOLÓGICO DE LA RED DE MEDIA TENSIÓN EN SITUACIONES DE EMERGENCIA

Rodrigo Alexis Rodríguez Jaramillo
Vicerrectoría de Investigación, Postgrado y Extensión
Universidad Tecnológica de Panamá
Apartado 6-2894, El Dorado
Panamá, República de Panamá
e-mail: rrodriguez@vipe.utp.ac.pa

RESUMEN

En los Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica cuando ocurren fallas en la red de media tensión, la prioridad en la operación del sistema, debe estar dirigida a restaurar la carga de forma tal que se minimicen las penalizaciones por energía no suministrada. Para llegar a establecer la configuración de restauración a implementar, es necesario contar con una metodología que permita manejar la topología de la red en forma apropiada y dé las posibles configuraciones radiales a ser evaluadas, considerando que la solución de restauración debe ser alcanzada en tiempo real, es decir, dada la complejidad de la red media tensión se necesitan proveer las alternativas de restauración más apropiadas para ser evaluadas.

Palabras claves: Búsqueda local, heurística, Expansión restauración de carga.

ABSTRACT

In Distribution Power Systems when faults happen in medium voltage network, the priority in system operation, it should be directed to restore the load in a way that the penalty costs by non-supplied energy are minimized. In order to reach the restoration configuration to be implemented, it is necessary to have a methodology that allows managing the network's topology in appropriate way and gives the possible radial configurations to be evaluated. This methodology should consider that the restoration solution should be reached in real time, it means, that the complexity of medium voltage network makes necessary to provide the most appropriate restoration alternatives to be evaluated. The methodology was tested in a real network of 290 nodes, with results that have proven the advantages of the proposed tool.

Keywords: Heuristic, load restoration, local search.

1. Introducción

La reconfiguración de la red de media tensión (MT) es un aspecto importante en la operación de los Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica (SDEE). La reconfiguración de la red de MT puede ser realizada con los siguientes objetivos: restauración de carga ante fallas en el sistema, configuración de mínimas pérdidas, balance de carga entre alimentadores y mantenimiento programado.

En situaciones de emergencia del sistema, tales como aquellos provocados por fallas en la red de MT, la principal tarea de los operadores de los centros de control en ese momento, es la relacionada con la restauración de carga. En las nuevas estructuras de mercados eléctricos desregulados, esta tarea de restauración se puede realizar considerando el costo de la energía no suministrada como criterio de decisión [1]. Es decir, la configuración de restauración, la cual involucra la apertura o cierre de los aparatos de maniobra (fusibles, seccionalizadores, interruptores de circuito, reconectadores, etc.) de la red, debe considerar la minimización de la penalización por energía no suministrada. No obstante, uno de las principales dificultades es que el problema de restauración es de tipo combinatorial, en donde el número de alternativas está dado por 2^n, donde "n" es la cantidad de aparatos de maniobra. En los SDEE "n" es muy grande debido a la enorme cantidad de aparatos de maniobra existentes, lo que hace que exista una gran cantidad de posibles configuraciones de restauración. Inclusive considerando que la red de MT es operada radialmente, la cantidad de configuraciones radiales que cumplen con esta restricción puede ser mucha. Por lo tanto es importante contar con una metodología que permita manejar la topología de la red en forma apropiada y rápida.

En este artículo se propone una metodología para establecer las configuraciones a evaluar como alternativa de restauración, basada en un análisis heurístico para disminuir el espacio de búsqueda y en una herramienta que permite encontrar las configuraciones de restauración de manera fácil y rápida considerando la restricción de radialidad de la red.

2. Heurística para Disminuir el Espacio de Búsqueda

En situaciones de emergencia el problema combinatorial de los sistemas de distribución se torna mucho más crítico, debido a que puede existir una gran cantidad de alternativas posibles de reconfiguración y la alternativa de solución debe ser encontrada en muy corto tiempo. Esta cantidad se ve enormemente reducida si se considera que sólo se aceptan configuraciones radiales, ya que las redes de MT son generalmente operadas en forma radial. Según [2] la cantidad máxima de configuraciones radiales está dado por:

$$\textit{Cantidad máxima de configuraciones radiales} = \sum_{i=1}^{n_t} \binom{n_t}{i} \binom{n_s}{i-1} \quad (1)$$

donde,

n_t Cantidad total de aparatos de maniobra de lazo.
n_s Cantidad total de aparatos de maniobra de seccionalización.
Por ejemplo, para una red que tenga 20 aparatos de maniobra, donde 4 son de lazo (normalmente abierto) y 16 son de seccionalización (normalmente cerrados) se tiene:

Cantidad total de configuraciones $= 2^{20} = 1048576$

$$\textit{Cantidad máxima de configuraciones radiales} = \sum_{i=1}^{4} \binom{4}{i} \binom{16}{i-1} = 1140$$

Si bien la cantidad máxima de configuraciones se reduce drásticamente por la condición de radialidad, este número aún puede llegar a ser alto, ya que las redes de distribución tienen una cantidad muy superior de aparatos de maniobra que el considerado en el ejemplo. Por lo que se debe establecer un método, que permita obtener la solución de restauración en tiempos aceptables desde el punto de vista de la operación. Se consideran tiempos aceptables para encontrar la alternativa de restauración aquellos que no superan el minuto [3].

A. Definiciones.

- Operación de maniobra (op-man): una operación de maniobra corresponde al cambio de estado de dos aparatos de maniobra de *cerrado - abierto* a *abierto – cerrado*, es decir, la apertura de un aparato de maniobra de seccionalización y el cierre de un aparato de maniobra de lazo. La operación de maniobra para que sea válida, debe garantizar la radialidad del sistema y el suministro de energía a las cargas.

- Alivio de carga: es la transferencia de carga entre alimentadores no fallados.

- Corte de carga: cargas sin restaurar de las zonas ubicadas aguas abajo de la zona fallada. Es la condición menos deseada en la restauración y ocurre cuando no es posible restaurar el total de las cargas por violaciones de restricciones.

- Conjunto de configuraciones: agrupamiento de las configuraciones de restauración basado en la cantidad de op-man, alivio de carga o corte de carga.

- Búsqueda local: búsqueda de las alternativas de configuración en la vecindad del alimentador fallado.

- Nivel de solución: es la jerarquización de los conjuntos de configuraciones de acuerdo a la cantidad de op-man, alivio de carga y corte de carga.

- Nivel de adyacencia: corresponde a la relación que existe entre el alimentador fallado y los alimentadores no fallados. El nivel de adyacencia se entiende mejor mediante el diagrama de la figura 1 [4].

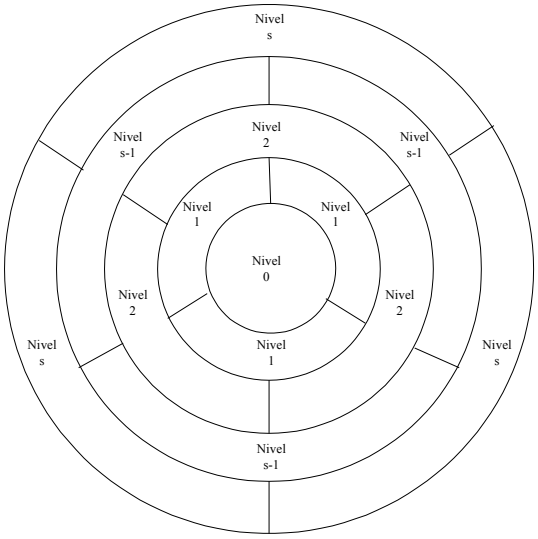


Figura 1. Nivel de Adyacencia

Nivel 0: alimentador fallado.
Nivel 1: alimentadores con conexión directa al alimentador fallado.
Nivel 2: alimentadores sin conexión directa con el fallado pero conectados directamente con alimentadores de nivel 1.
.
.
.
Nivel s: alimentadores sin conexión directa con el fallado pero conectados directamente con alimentadores de nivel s-1.

Las zonas fuera de servicio sólo pueden ser transferidas en forma directa a los alimentadores de nivel 1. Pero los alimentadores de nivel 1 pueden transferir carga a los alimentadores de nivel 2 y así sucesivamente hasta los alimentadores de nivel s. Los puntos de conexión entre los alimentadores son los aparatos de maniobra de lazo.

En tal sentido la "búsqueda local" se realiza para las alternativas de configuración en los niveles de adyacencia más próximos al nivel 0.

B. Determinación de los conjuntos de configuraciones a evaluar.

La búsqueda de la configuración de restauración a implementar sin acotar el espacio de búsqueda, conduce a elevados tiempos de cálculo. Esto se debe a que el problema de restauración como ya se dijo, es un problema combinatorial, y puede alcanzar una cantidad muy elevada de posibles configuraciones de restauración. Para solucionar este problema, se han aplicado entre otros métodos el uso de reglas heurísticas que limitan el espacio de búsqueda. También es posible establecer una estrategia de búsqueda de las configuraciones a evaluar que considere la cantidad de aparatos de maniobra a operar, y con esto acelerar la búsqueda de la solución de restauración.

C. Reglas heurísticas para reducir el espacio de búsqueda.

Las principales reglas heurísticas utilizadas en la metodología propuesta para la acotación del espacio de búsqueda son:

- Búsqueda local de la solución: esta es la principal regla utilizada para disminuir el espacio de búsqueda y ha sido empleada entre otros autores por [4, 5, 6, 7, 8, 9], su uso se fundamenta en lo siguiente:
  - La búsqueda local disminuye significativamente la cantidad de configuraciones a considerar.
  - Cambios en la topología en cualquier parte de la red pueden llevar a un mayor tiempo de restauración, debido a posibles mayores distancias entre los aparatos de maniobra a operar.
  - El retorno a la configuración inicial (estado normal de operación) después de pasada la emergencia es más fácil.

- Descartar los aparatos de maniobra que por razones operativas no puedan ser operados.

- Descartar los aparatos de maniobra de seccionalización que aguas abajo de la falla no tengan aparatos de maniobra de lazo y/o dejen alguna zona aislada.

- Considerar sólo los aparatos de maniobra de lazo de los alimentadores adyacentes con mayor capacidad para recibir carga.

- Definir una cantidad máxima de op-man "*k*". Esta cantidad máxima de op-man, está referida a los cambios de estado de los

aparatos de maniobra para la transferencia de carga entre el alimentador fallado y los alimentadores de nivel 1, y no considera los cambios de estado de los aparatos de maniobra para realizar alivio de carga o corte de carga.

D. Estrategia de evaluación de los conjuntos de configuraciones

Para la estrategia de búsqueda de los conjuntos de configuraciones a evaluar, se establecen k+2 niveles de solución que son:

- Nivel de solución 1**:** el conjunto de configuraciones a evaluar esta formado por aquellas configuraciones que consten de una op-man y transfieran toda la carga en forma radial. Sólo intervienen los aparatos de maniobra de seccionalización del alimentador fallado y los aparatos de maniobra de lazo que vinculan a los alimentadores de nivel 1 con el alimentador fallado.

- Nivel de solución 2: igual al nivel de solución 1, sólo que la cantidad de op-man permitidas es 2.

- Nivel de solución 3: igual al nivel de solución 1 y 2, pero aquí la cantidad de op-man permitidas es 3.

- Nivel de solución k: igual a los anteriores, la cantidad de op-man permitidas es k.

- Nivel de solución k+1: este nivel de solución involucra transferir carga de alimentadores de nivel 1 a alimentadores de nivel 2 para establecer un alivio de carga. Los aparatos de maniobra a operar son aparatos de maniobra de seccionalización del alimentador fallado y del alimentador de nivel 1 (sólo el que se requiera para transferir carga), aparatos de maniobra de lazo relacionados entre el alimentador fallado y los alimentadores de nivel 1 y el aparato de maniobra de lazo que transfiere carga del alimentador de nivel 1 al alimentador de nivel 2. Este conjunto de configuraciones, se forma adicionando los aparatos de maniobra que se abran o se cierren para efectos de la transferencia de carga a las alternativas de los conjuntos de los niveles de solución 1, 2 , . . . , k.

- Nivel de solución k+2: este nivel de solución involucra el corte de carga. Sólo participan aparatos de maniobra de los alimentadores de nivel 1 y el alimentador fallado. Este conjunto de configuraciones, se forma adicionando los aparatos de maniobra que se abran para efectos del corte de carga, a las alternativas de los conjuntos de los niveles de solución 1, 2 , . . . , k.

En la estrategia establecida, la solución de restauración es buscada jerárquicamente primero en el nivel de solución 1, si no se encuentra se pasa al nivel de solución 2, y así sucesivamente hasta el nivel de solución k+2. Esto se representa en la figura 2.

Considerar los niveles de solución basados en la cantidad de op-man, permite tomar en cuenta objetivos importantes formulados en el planteo general del problema de restauración como son:

- Minimizar el tiempo de restauración: el algoritmo busca evaluar primero las configuraciones con la menor cantidad de op-man. Con esto se buscan las alternativas de configuración con menores tiempos de restauración asociados, para disminuir los costos de personal y medios durante la emergencia, y restaurar la carga en un menor tiempo.

- Minimizar el riesgo de falla consecuencia de la transferencia de carga: mientras menor sea el número de transferencias de carga, existe un menor riesgo de falla. Esto se debe, a que las operaciones de transferencia de carga entre alimentadores normalmente se realizan mallando la red y luego radializando para evitar las interrupciones a los clientes. La operación de mallado puede llevar a situaciones de riesgo de falla como consecuencia del estado eléctrico de los puntos de la red a mallar. También, con una menor cantidad de op-man la vida útil de los aparatos de maniobra aumenta y sus costos de operación y mantenimiento disminuyen, además de disminuir la probabilidad de falla en los aparatos de maniobra.

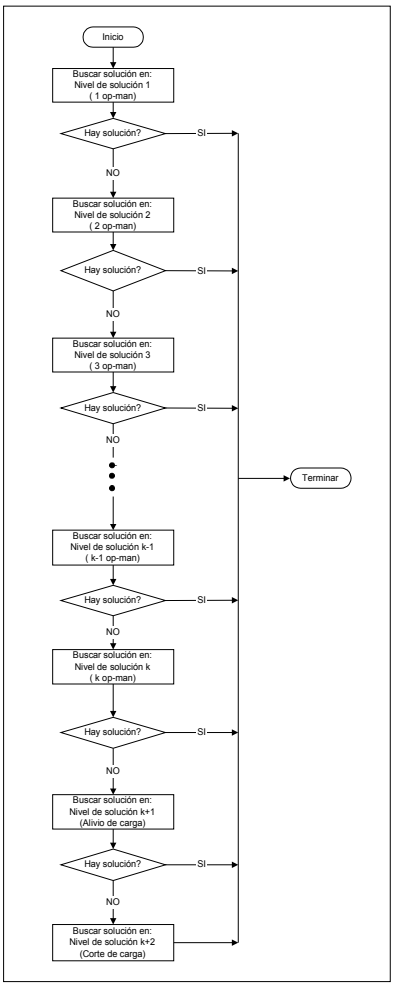


Figura 2. Algoritmo para la estrategia de evaluación de los conjuntos de configuraciones.

3. Matriz de Relación de Lazos

Dentro del total de configuraciones posibles existen alternativas que restauran toda la carga pero mallan la red, y otras que son radiales pero no restauran toda la carga. Si se realiza una búsqueda exhaustiva local para determinar el total de las posibles configuraciones y de ellas elegir sólo aquellas que restauran toda la carga en forma radial, el tiempo de computación aumenta, aspecto que no es recomendable debido a que este algoritmo debe ser aplicado en tiempo real. Para evitar esto se introduce el concepto de matriz de relación de lazos, lo cual facilita el manejo topológico necesario para determinar las configuraciones que restauran toda la carga en forma radial.

Matriz de relación de lazos (MRL)*:* es una matriz de unos y ceros, que se construye considerando la relación que existe entre cada lazo que se pueda formar entre los aparatos de maniobra de lazo aguas abajo de la zona fallada, y los aparatos de maniobra de seccionalización que los pueden abrir.

Los unos y ceros están dados por la siguiente condición:

1 → El aparato de maniobra de seccionalización abre el lazo.

0 → El aparato de maniobra de seccionalización no abre el lazo.

La cantidad de filas (*N*) de la MRL, corresponde a la cantidad total de lazos que se pueden formar con los aparatos de maniobra de lazo aguas abajo de la zona fallada, y está dada por el total de combinaciones tomadas de a dos de los aparatos de maniobra de lazo.

$$N = C_2^{LT} \qquad (2)$$

Donde:

N Cantidad de filas de la matriz de relación de lazos.

LT Cantidad total de aparatos de maniobra de lazo.

C_2^{LT} Cantidad de combinaciones de LT tomadas de dos.

La cantidad de columnas (*M*) de la MRL, corresponde a la cantidad total de aparatos de maniobra de seccionalización del alimentador fallado aguas abajo de la zona fallada que están siendo considerados.

En la figura 3 se presenta un sistema de tres alimentadores que es utilizado para explicar la formación de la MRL.

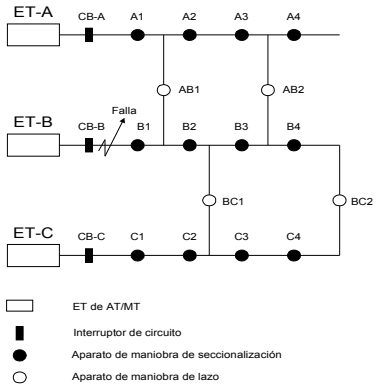


Figura 3. Sistema de distribución de tres alimentadores.

Para una falla en el alimentador B de la figura 3 entre el interruptor de circuito CB-B y el aparato de maniobra de seccionalización B1, se pueden formar seis lazos entre los aparatos de maniobra de lazo aguas abajo de la zona fallada. Estos lazos se pueden observar en la figura 4.

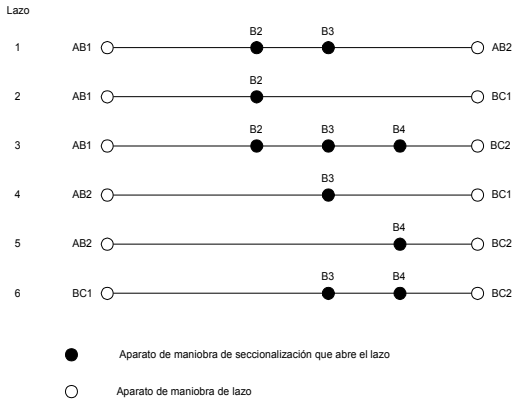


Figura 4. Lazos que se pueden formar para una falla en el alimentador B de la figura 3.

Se puede ver por ejemplo, que el lazo formado entre los aparatos de maniobra de lazo AB1 y AB2 puede ser abierto sólo por los aparatos de maniobra de seccionalización B2 y B3, el lazo entre AB1 y BC1 se abre sólo con el aparato de maniobra de seccionalización B2, y así con el resto de los lazos formados. También se aprecia que el aparato de maniobra de seccionalización B1 no abre ningún lazo, pero en todas las alternativas de todos los niveles de solución, este aparato de maniobra de seccionalización debe ser abierto, pues es el que aísla la zona fallada de las zonas no falladas aguas abajo.

Estos lazos formados pueden ser representados a su vez mediante la MRL, la cual queda de la siguiente forma:

$$
MRL = \begin{array}{c} \\ AB1 \\ AB1 \\ AB1 \\ AB2 \\ AB2 \\ BC1 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} B1 & B2 & B3 & B4 \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccc}
0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{c} \\ AB2 \\ BC1 \\ BC2 \\ BC1 \\ BC2 \\ BC2 \end{array}
$$

En este caso la cantidad de filas de la MRL es 6, la cual corresponde a la cantidad de lazos que se forman. La cantidad de columnas es 4, que corresponde con la cantidad de aparatos de maniobra de seccionalización del alimentador fallado aguas abajo de la zona fallada.

Esta matriz permite disminuir el tiempo de búsqueda de las configuraciones. Esto se logra sobre la base del conocimiento de los lazos que se pueden formar y del conocimiento de cómo abrir cada lazo.

Esto lleva, a que la búsqueda de las configuraciones radiales que restauran toda la carga se limite a verificar que los lazos que se formen sean abiertos por los aparatos de maniobra de seccionalización.

4. Resultados

Para observar el desempeño de la metodología propuesta se realizó la simulación de fallas en alimentadores de la red de 290 nodos presentada en la figura 5, la cual es una porción de la red de MT de la ciudad de Mendoza, Argentina. Se calcularon los

tiempos de ejecución en los procesos principales del algoritmo de restauración desarrollado, y que utiliza para el manejo topológico de la red la metodología propuesta. Esto se presenta en la tabla 1.

Caso 1:falla en el alimentador 0408. En este caso, se observa en la tabla 1 que el tiempo total de ejecución del algoritmo fue de 8.141 segundos, mientras que el tiempo de construcción de la MRL y de determinación de las configuraciones es de 3.109 y 0.000 segundos respectivamente.

Caso 2: falla en el alimentador 0407. En este caso, se observa en la tabla 1 que el tiempo total de ejecución del algoritmo fue de 3.594 segundos, mientras que el tiempo de construcción de la MRL y de determinación de las configuraciones es de 0.547 y 0.000 segundos respectivamente.

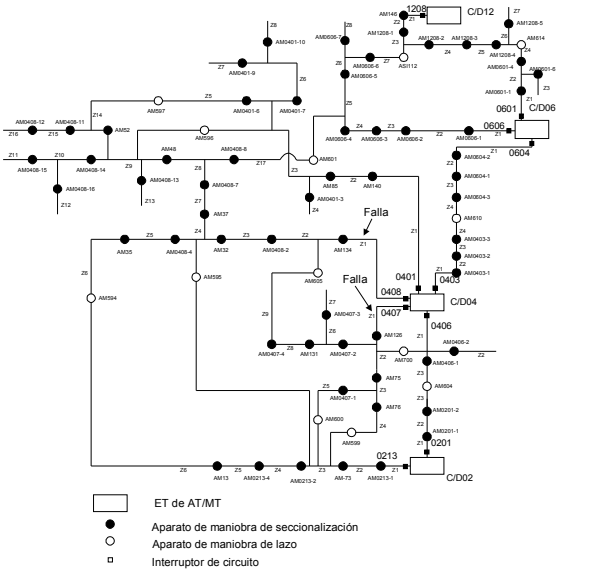


Figura 5 . Red Real

Es importante destacar que en ambos casos el tiempo para determinar las configuraciones fue de 0.00 segundos, lo que indica que el tiempo de ejecución de este proceso estuvo por debajo de un milésimo de segundo. También se observa que el tiempo de construcción de la MRL es muy dependiente del alimentador fallado, y esto es comprensible ya que esta matriz depende de la cantidad de aparatos de maniobra que tenga el alimentador, y en este caso el alimentador 0408 es el que tiene mayor cantidad de aparatos de maniobra en la red presentada en la figura 5.

También se puede destacar, que la heurística implementada para disminuir el espacio de búsqueda facilitó el manejo topológico de la red al tenerse que ejecutar en ambos casos, sólo 14 flujos hasta alcanzar la solución, recordando que cada flujo se corresponde con una alternativa de configuración de restauración, la cual es obtenida mediante el cambio de estado de los aparatos de maniobra.

Otro aspecto a considerar de estos resultados, es que el tiempo de construcción de la matriz MRL puede tornarse importante, pero esto puede ser solucionado mejorando la eficiencia en la codificación del algoritmo y/o con máquinas de mayor velocidad de procesamiento. Otro alternativa, es determinar la MRL en un proceso off-line (fuera de línea), lo cual permitiría tener cargada la misma para su uso en situaciones de emergencia, esto puede contribuir a reducir sensiblemente el tiempo total de ejecución del algoritmo de restauración.

5. Conclusiones

La metodología presentada facilita sensiblemente el manejo topológico de la red de MT en situaciones de emergencia, ya que establece en forma rápida las configuraciones de restauración a ser evaluadas. Esto es importante, porque la automatización de las tareas en los centros de control de los SDEE, requiere del desarrollo de herramientas que presenten un adecuado perfil. En este caso, contar con una herramienta que permita determinar en forma rápida las configuraciones a ser evaluadas para determinar la configuración de restauración, es determinante, porque le da mayor viabilidad al algoritmo de restauración que se implemente. Esto es así, debido a que los operadores en situación de emergencia requieren de algoritmos robustos, precisos y sobre todo rápidos, ya que las soluciones tienen que ser alcanzadas en tiempo real o tiempo real extendido.

Finalmente, se puede decir que la metodología presentada es de fácil codificación e implementación, lo que la hace apropiada para distintas aplicaciones, no sólo en la operación del sistema, sino también en la etapa de planificación.

6. Trabajo Futuro

Tabla 1. Tiempos de ejecución por proceso y totales

Alimentador fallado	Tiempos parciales de cálculo en los procesos más importantes (segundos)			Tiempo total acumulado de cálculo (segundos)
0408	Construcción de MRL	3.109		8.141
	Determinación de las configuraciones	0.000		
	Calculo de FP	Cantidad de flujos	14	
		Cambiar topología	1.609	
		Calcular flujo	0.016	
	Evaluación de restricciones y penalización	1.625		
	Actualización de la topología de la red	1.719		
0407	Construcción de MRL	0.547		3.594
	Determinación de las configuraciones	0.000		
	Calculo de FP	Cantidad de flujos	14	
		Cambiar topología	1.453	
		Calcular flujo	0.016	
	Evaluación de restricciones y penalización	1.266		
	Actualización de la topología de la red	0.266		

Debe considerarse en un futuro como ya se mencionó en el apartado de resultados, la conveniencia de calcular la Matriz de Relación de Lazos en un proceso fuera de línea, para esto se debe desarrollar una metodología que permita calcular una MRL genérica para cada SDEE, y que desde la cual se pueda inferir una MRL particular para las distintas ubicaciones de falla dentro de la red. El objetivo de esto sería el disminuir el tiempo que toma la construcción de la MRL dentro del proceso de determinación de las configuraciones de restauración.

7. Referencias Bibliográficas

[1] Rodríguez, R. A., Vargas, A.: "Multi-criteria Decision Considering Penalty Costs for Load Restoration in MV Networks", in Proc. 2001 IEEE Porto PowerTech.

[2] Nan Miu, K., Chiang, H., Yua, B., Darling, G.: "Fast Service Restoration For Large-Scale Distribution Systems With Priority Customers And Constraints", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 3, pp. 789-795, August 1998

[3] Ćurčić, S., Özveren, C. S., Crowe, L., Lo, P. K. L.: "Electric Power Distribution Network Restoration: A Survey Of Papers And Review Of The Restoration Problem", Electric Power System Research 35, pp. 73-86, 1995

[4] Aoki, K., Satoh, E., Itoh, M., Kuwabara, H., Kanezachi, M.: "Voltage Drop Constrained Restoration of Supply by Switch Operation in Distribution Systems", IEEE Transactions on Power Delivery, Volume 3, No. 3, July 1988

[5] Lee, S., Lim, S., Ahn, B.: "Service Restoration Of Primary Distribution Systems Based On Fuzzy Evaluation Of Multi-Criteria", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 3, pp. 1156-1163, August 1998

[6] Popović, D. S., Ćirić, R. M.: "A Multi-Objective Algorithm for Distribution Networks Restoration", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 3, July 1999

[7] Zhou, Q., Shirmohammadi, D., Edwin Liu, W. H.: "Distribution Feeder Reconfiguration For Service Restoration And Load Balancing", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 12, No. 2, May 1997

[8] Wu, J.S., Lee, T. E.,Tzeng, Y. M., Chen, C. S.: "Enhancement Of An Object-Oriented Expert System For Contingency Load Transfer Of Distribution System", Electric Power Systems Research 42, 1997

[9] Lin, W., Chin, H.: "Preventive And Corrective Switching For Feeder Contingencies In Distribution Systems With Fuzzy Set Algorithm", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 12, No. 4, October 1997

EXPANSIÓN EN SERIE DE LAS MATRICES REDUCIDAS DE WIGNER

Abdoulaye F. Diallo
Centro Regional Universitario de Azuero
Universidad Tecnológica de Panamá
Apartado 6-2894, El Dorado
Panamá, República de Panamá

RESUMEN

En el presente artículo se muestra una nueva metodología para la determinación de las Matrices Reducidas de Wigner. Nuestro interés en estas matrices proviene de su uso frecuente en Estructura Nuclear. En los estudios de las propiedades del núcleo atómico, las propiedades de simetría rotacional involucran estas funciones propias del grupo de rotación en tres dimensiones. Aquí, derivamos expresiones polinomiales que permitan usar estas matrices en expansiones asintóticas de diferentes magnitudes físicas.

Palabras claves: Polinomios, Elementos Matriciales, Expansión Asintótica.

ABSTRACT

A new method is proposed for for expressing Wigner's reduced matrices as polynomials. These matrices, arising from the symmetry propierties of the Rotational Group are of common use in Nuclear Structure; however only the lowest of them are usually tabulated due to their complexity. Our interest in the polynomila expression of higher terms arises from their usefulness in asymtotic expansions of different observables in the Interacting Boson Model.

Keywords: Polynomials, Matricial Elements, Asymtotic Expansion.

1. Introducción

Uno de los principios de conservación básicos de la Física es el de la invarianza rotacional. Esta invarianza corresponde a la conservación del momento angular y es muy estudiada tanto por los matemáticos, los físicos, como por los químicos que usan las técnicas de la Teoría de Grupos. El grupo de rotación en tres dimensiones es en este sentido uno de los más útiles y el principio de conservación asociado de aceptación universal. En este artículo presentamos las propiedades generales asociadas con las rotaciones en tres dimensiones, como surgen las Matrices de Wigner y las Matrices Reducidas de Wigner, y derivamos una formulación polinomial para su determinación. La sección 1 trata de las propiedades de grupo de estas funciones propias y su definición analítica; la sección 2 presenta su determinación polinomial; después algunas conclusiones son presentadas en la sección 3.

2. Rotaciones en el Espacio, Ángulos de Euler y Matrices de Wigner

En Mecánica Cuántica, se suele presentar un *Grupo G* de dimensión *n* por matrices del mismo orden de tal manera que a cada elemento *a* de *G* le corresponda una matriz *R(a)* cuadrada *n* x *n*. Estas matrices tienen que cumplir con la siguiente propiedad:

$$R(a)\,R(b) = R(ab), \qquad (1)$$

i.e. el producto de los elementos del grupo se reduce a una multiplicación matricial.

En el presente artículo, la representación irreducible del grupo de rotación es la que nos interesa. Este grupo es generado por el momento angular $\hat{J}$:

$$D(\theta) = \exp(-\frac{i\theta\hat{J}}{h}) \qquad (2)$$

Para determinar las matrices que representan rotaciones finitas, se introducen los ángulos de Euler (α, β, γ) que se definen como sigue:

Sea un conjunto de ejes ortogonales *(x, y, z)* que se trasforman mediante rotaciones a otro conjunto *(x', y', z')*. Para pasar del primero al segundo se procede en tres pasos:

- Una rotación α alrededor del eje z permite pasar a un sistema (x_1, y_1, z):

$$(\alpha, z): \quad (x, y, z) \rightarrow (x_1, y_1, z)$$

- Después, con una rotación β alrededor de y_1, se obtiene (x'_1, y_1, z'):

$$(\beta, y_1): \quad (x_1, y_1, z) \rightarrow (x'_1, y_1, z')$$

- Una tercera rotación γ alrededor de z' nos lleva al sistema (x', y', z'):

$$(\gamma, z'): \quad (x'_1, y_1, z') \rightarrow (x', y', z')$$

El operador de rotación correspondiente a esta transformación tendrá la forma explícita:

$$\begin{aligned} D(\alpha, \beta, \gamma) &= D(\gamma)D(\beta)D(\alpha) \\ &= exp(-i\gamma J_{z'})exp(-i\beta J_{y1})exp(-i\alpha J_z) \end{aligned} \tag{3}$$

Una reducción directa de esta ecuación conduce a la relación:

$$D(\alpha, \beta, \gamma) = exp(-i\gamma J_z)exp(-i\beta J_y)exp(-i\alpha J_z) \tag{4}$$

Utilizaremos la convención de Rose [1] para escribir las matrices correspondientes a la representación irreducible del grupo de rotación de dimensión $2I + 1$ (para un momento angular I):

$$\langle IM'|D(\alpha,\beta,\gamma)|IM\rangle = D^I_{M'M}(\alpha,\beta,\gamma) = D(R) \tag{5}$$

A $D(\alpha, \beta, \gamma)$ se suele llamar Matriz de Wigner [4]. Como D es un operador unitario,

$$D^{\dagger}(\alpha, \beta, \gamma) = D^{-1}(\alpha, \beta, \gamma) = D(\alpha, \beta, \gamma), \tag{6}$$

Por lo que podemos escribir las siguientes relaciones:

$$D^I_{MM'}(\alpha,\beta,\gamma))^* = D(-\gamma,-\beta,-\alpha) \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \sum_{M'} (D^I_{M'N}(R))^* D^I_{M'M}(R) &= D^I_{M'M}(R)(D^I_{NM'}(R))^* \\ &= \delta(M,N) \end{aligned}$$

Dado que los vectores de base de la representación son funciones propias de J_z, podemos escribir las matrices de Wigner de forma más simple:

$$\begin{aligned} D^I_{MN}(\alpha,\beta,\gamma) &= e^{i(\alpha M+\gamma N)}\langle IM|\exp(-i\beta J_y)|IN\rangle \\ &= e^{-i(\alpha M+\gamma N)} d^I_{MN}(\beta) \end{aligned} \tag{8}$$

En esta expresión, $d^I_{MN}(\beta)$, conocidas como las Matrices Reducidas de Rotación o Matrices Reducidas de Wigner son reales y se pueden escribir explícitamente como:

$$\begin{aligned} d^j_{mn}(\beta) = \sum_k (-)^k \frac{[\Gamma(j+m+1)\Gamma(j-m+1)\Gamma(j+n+1)\Gamma(j-n+1)]^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(j+m-k+1)\Gamma(j-n-t+1)\Gamma(k+1)\Gamma(k+n-m+1)} \times \\ (\cos(\tfrac{\beta}{2}))^{[2j+m-n-2k]}(\mathrm{sen}(\tfrac{\beta}{2}))^{[2k+n-m]}, \end{aligned} \tag{9}$$

donde k toma todos los valores enteros para los cuales las funciones Gamma son definidas.
Esta definición de las Matrices Reducidas de Wigner será nuestro punto de partida debido a que en el esquema de proyección antes de la variación (PAV) del método de Hartree-Bose en el Modelo de Interacción Bosónico (MIB), nos encontramos en la necesidad de evaluar integrales de sobrelape del tipo:

$$\mathcal{L}(\mathrm{N, I, L, n}) = \int_0^{\pi} d^I_{nn}(\beta) d^L_{mm}(\beta)[\mathrm{Z}(\beta)]^{N-n}\,\mathrm{sen}(\beta)d\beta, \tag{10}$$

donde L es el momento angular del estado nuclear que se estudia, I es un momento intermedio, N es el número de bosones del sistema, n el rango de la interacción (n toma el valor uno para una interacción de un cuerpo, dos para una interacción de dos cuerpos, etc…), y

$$Z(\cos(\beta)) = \sum_{l=0}^{l_{max}} d^l_{00}(\cos(\beta))x_l^2 \tag{11}$$

representa la distribución angular del condensado bosónico.

Estas integrales pueden ser aproximadas asintóticamente, usando el método de Laplace una vez se escriben de la forma:

$$L(\lambda) = \int_0^1 \phi(x)[h(x)]^{\lambda} dx, \qquad (12)$$

para $\lambda \to \infty$.

Este método permite expandir la integral [12] en una serie asintótica que converge muy rápidamente:

$$L(\lambda) \sim \frac{C_0}{\lambda^v} + \frac{C_1}{\lambda^{v+1}} + \frac{C_2}{\lambda^{v+2}} + \ldots \qquad (13)$$

Esta es la motivación principal por escribir las Matrices Reducidas de Wigner en serie de potencias ya que los coeficientes en [13] se determinan en función de los coeficientes de las expansiones en serie de potencia de *ϕ(x)*, la función pre-exponencial y *h(x)*, la función exponencial respectivamente.

3. Desarrollo polinomial de las Matrices Reducidas de Wigner

Empezando con [9], usando las identidades trigonométricas

$$\text{sen}(\tfrac{\beta}{2}) = \tfrac{1}{2}(1-\cos\beta)$$
$$\cos(\tfrac{\beta}{2}) = \tfrac{1}{2}(1+\cos\beta),$$

y haciendo el cambio de variable

$$x = 1 - \cos\beta \qquad (14)$$

podemos escribir la Matriz Reducida como sigue:

$$d^j_{mn}(\beta) = \sum_{k=k_i}^{k_s} C^k_{jmn} x^{k+\frac{n-m}{2}} (2-x)^{j+\frac{m-n}{2}-k}, \qquad (15)$$

donde

$$k_i = max\{0,(m+n)\}$$
$$k_s = min\{(j-m),(j-n)\}$$
$$C^k_{jmn} = \frac{(-1)^k}{2^j} \frac{[\Gamma(j+m+1)\Gamma(j-m+1)\Gamma(j+n+1)\Gamma(j-n+1)]^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(j+m-k+1)\Gamma(j-n-t+1)\Gamma(k+1)\Gamma(k+n-m+1)}.$$

(16)

Ahora se puede expandir $(2-x)^{[j+\frac{m-n}{2}-k]}$ de la forma $\sum a_i^{[s]} x^l$ donde

$$s = j + \frac{m-n}{2} - k$$
$$a_0^{[s]} = 2^s \qquad (17)$$
$$a_{l+1}^{[s]} = -\frac{(s-l)a_l^{[s]}}{2(l+1)}$$

Entonces escribimos

$$d^j_{mn}(\beta) = \sum_{k=k_i}^{k_s} C^k_{jmn} x^{[k+\frac{n-m}{2}]} \sum_{l=0}^{(j+\frac{m-n}{2}-k)} a_l^{[j+\frac{m-n}{2}-k]} x^l$$

$$= \sum_k \sum_l C^k_{jmn} a_l^{[j+\frac{m-n}{2}-k]} x^{[k+\frac{n-m}{2}+l]}$$

Asociando los coeficientes de los términos de la misma potencia,

$$d^j_{mn}(\beta) = \sum_{i=0}^{(j+\frac{m-n}{2})} b_i x^{[i+\frac{n-m}{2}]}, \qquad (18)$$

donde

$$b_i = \sum_{l=\gamma}^{i} C^{i-l}_{jmn} a_l^{[l-i+j+\frac{m-n}{2}]}$$

$$\gamma = \begin{cases} 0 & cuando \quad i \le k_s, \\ i-k_s & cuando \quad i > k_s. \end{cases}$$

4. Ejemplos y Discusión

La expresión [18] es nuestra fórmula polinomial para la determinación de las Matrices Reducidas de Wigner. Aplicándola, determinemos algunas de

estas para valores específicos de *j, m, n*. El resultado se muestra en el cuadro siguiente:

Tabla 1: Expresiones para algunas Matrices Reducidas de Rotación

j	m	n	$d^{j}_{mn}(\beta)$
1	1	1	$\frac{1+\cos\beta}{4}$
1	-1	1	$\frac{1-\cos\beta}{4}$
1	1	0	$\frac{(1-\cos\beta)^{1/2}}{\sqrt{2}}$
1	0	0	$\cos\beta$
2	2	2	$\frac{1+2\cos\beta+\cos^2\beta}{16}$
2	2	1	$-\frac{1}{2}(1+\cos\beta)(1-\cos^2\beta)^{1/2}$
2	2	0	$\sqrt{\frac{3}{8}}(1-\cos\beta)^2$
2	2	-1	$\frac{1}{2}(\cos\beta-1)(1-\cos^2\beta)^{1/2}$
2	2	-2	$\frac{1-2\cos\beta+\cos^2\beta}{16}$
2	1	1	$\frac{1}{2}(2\cos\beta-1)(1+\cos\beta)$
2	1	-1	$\frac{1}{2}(2\cos\beta+1)(1-\cos\beta)$
2	1	0	$-\sqrt{\frac{3}{2}}\cos\beta(1-\cos^2\beta)^{1/2}$
2	0	0	$\frac{1}{2}(3\cos^2\beta-1)$

Estas expresiones se pueden reducir mas, pero no lo hacemos para resaltar las potencias de $\cos\beta$ que es de mucho interés para nosotros. En particular se reconocerán con facilidad los té del tipo d^{j}_{00} que corresponden a los Polinomios de Legendre de orden *j*. Para estos casos específicos la fórmula se reduce a:

$$p_l(x) = \sum_{k=0}^{l} \gamma_{k,l}(1-x)^k \qquad (19)$$

$$\gamma_{k,l} = (-\tfrac{1}{2})^k \frac{\Gamma(l+k+1)}{\Gamma(l-k+1)[\Gamma(k+1)]^2}. \qquad (20)$$

y para la distribución del condensado bosónico $Z(\cos\beta)$ se obtiene:

$$Z(x) = \sum_{k=0}^{l_{max}} \sigma_k (1-x)^k \qquad (21)$$

$$\sigma_j = \sum_{l=0}^{l_{max}} \gamma_{j,l} x_l^2, \qquad (22)$$

expresiones que habíamos obtenido anteriormente [5]. Estas nuevas expresiones extienden la posibilidad de realizar cálculos fuera de la simetría axial que hemos usado anteriormente y donde se trabaja con los polinomios de Legendre.

Se ha de notar, sin embargo, que en el Modelo de Interacción Bosónico nos limitamos a valores enteros de j porque tratamos con bosones. Este estudio podría extender las posibilidades al Modelo de Interacción Bosón-Fermión (MIBF) donde se considera un núcleo impar.

5. Referencias Bibliográficas

[1] Rose, M.E., *Multipole Fields*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1995.

[2] D. M. Brink and G.R. Satchler, *Angular Momentum*, Clarendon Press, Oxford, 1968.

[3] A. R. Edmonds, *Angular Momentum in Quantum Mechanics*, Princeton University Press, 1957.

[4] E. P. Wigner, *Group Theory and its Application to Quantum Mechanics of Atomic Spectra*, Academic Press, New York, 1959.

[5] B. R. Barrett, E. D. Davis and A. F. Diallo, Phys. Rev. C50, 1917 (1994).

GUÍA PARA AUTORES DE ARTÍCULOS CIENTÍFICOS

DEFINICIONES

Artículos: Son trabajos originales de investigación, experimental y/o teórica no previamente publicados, cuyos resultados constituyen un aporte al estado del conocimiento en el tema tratado y dirigidos a una audiencia especializada.

Notas Técnicas: Son exposiciones de experiencias novedosas de aplicaciones de tecnologías de producción nacional o foránea a la solución de problemas de campo en ingeniería; además de resultados parciales o avances de investigación que contengan información novedosa y sustancial del proyecto. También se incluyen modificaciones a técnicas analíticas o experimentales existentes que no ameriten la confección de un artículo o cualquier otra modalidad contemplada en la Revista.

Ensayos Cortos: Son el resultado de un examen crítico de artículos de investigación científica publicados previamente, en donde se resaltan los trabajos más importantes o los que han brindado mayor aporte al conocimiento en un área determinado. También se incluyen, en esta modalidad, trabajos de reflexión y opinión sustentados y relacionados a la temática de ciencia y tecnología. En general serán limitados y solamente por invitación del Comité Editorial.

COMPONENTES DEL MANUSCRITO

Título: El título debe ser simple y conciso, reflejando el contenido del documento. En algunas ocasiones se puede describir el título utilizando dos partes. Se empezará la primera palabra con letra mayúscula y de allí en adelante se utilizará la mayúscula solamente para los nombres propios, de marca o símbolos químicos. Se evitará el uso de abreviaciones y siglas en el título así como de palabras innecesarias (como un, una, sobre, el, etc.) al principio del título.

Nombre del (de los) autor (es) y afiliación:
Se recomienda a los autores usar la misma forma de su nombre en todas las publicaciones. Se debe escribir el nombre, la dirección institucional del o de los autores de la manera más completa afín de permitir una comunicación efectiva. Se recomienda incluir direcciones físicas, apartados postales, departamentos y direcciones electrónicas.

Resumen: Todo trabajo debe incluir un resumen de hasta 250 palabras presentado en español e inglés. También se deben incluir un máximo de seis(6) palabras claves para ambos idiomas presentadas en orden alfabético, permitiendo identificar y clasificar los contenidos del documento.

El resumen debe estar totalmente justificado, desde el inicio de la primera página, después de la información del autor. Debe usarse la palabra Resumen y Abstract como título del mismo.

Extensión: Los artículos científicos tendrán una extensión máxima de 30 páginas incluyendo ilustraciones y gráficos; las notas técnicas y los ensayos un largo no mayor de 15 páginas. Por página se entiende una cara de papel "8.5 x 11", escrito a doble espacio (unas 22 líneas) con letra de 12 puntos tipo Times Román, no comprimido, todos los márgenes de **1".**

Cuerpo del Manuscrito: Las componentes principales del manuscrito

debe ser dividido en secciones con un uso apropiado de títulos y subtítulos según lo requieran la organización y el desarrollo lógicos del material. Las secciones más usuales, pero NO limitante, son las siguientes:

a. **Introducción:** Debe ubicar al lector en el contexto del trabajo. La introducción debe contener:

   - La naturaleza del problema cuya solución se describe en el documento.
   - El estado del arte en el dominio tratado (con sus respectivas referencia bibliográficas).
   - El objetivo del trabajo, su relevancia y su contribución en relación al estado del arte.
   - Los métodos utilizados para resolver el problema.
   - Descripción de la forma como el documento está estructurado.

b. **Material y Método:** Deben consignarse los criterios de selección del material tratado y los controles y estudios planeados y realizados. Las medidas deberán ser en el sistema métrico decimal. Las abreviaturas usadas deben ser previamente definidas en su primera aparición en el texto. Se intentará evitar abreviaturas que no fueran de uso común.

c. **Resultados:** Se recomienda presentar los resultados en orden lógico y de la forma acostumbrada. En este apartado no deben realizarse consideraciones o comentarios, ni se emplearán citas bibliográficas.

d. **Discusión:** Se destacarán y comentarán los aspectos importantes del trabajo. Toda afirmación debe estar avalada por los resultados obtenidos o por citas bibliográficas aportadas. Se recomienda extremar el poder de síntesis evitando repeticiones innecesarias.

e. **Conclusión:** Deben ser enunciadas con claridad y deberán cubrir :

   - Las contribuciones del trabajo y su grado de relevancia.
   - Las ventajas y limitaciones de las propuestas presentadas.
   - Referencia y aplicaciones de los resultados obtenidos.
   - Recomendaciones para futuros trabajos.

f. **Agradecimiento y Reconocimientos**

g. **Referencias Bibliográficas:** Las referencias se identificarán en el texto mediante números arábigos entre corchetes, alineados con la escritura. Se enumerarán correlativamente por orden de aparición en el texto apareciendo al final de cada trabajo. Las listas de referencias deberán realizarse siguiendo el estilo de la IEEE. Las citaciones de artículos de revistas deberán seguir este orden: nombre de autor, título del artículo, nombre de la revista, número de volumen y número de páginas, año de la publicación. Las citas de un libro deberán incluir el nombre del

autor, título del libro, lugar de la publicación, editor, año de la publicación.
No se aceptará que los nombres de todos los autores de un artículo o libro se den
como *et al. ,* debiéndose especificar la cita completa.

Para el caso de referencias electrónicas debe ser aplicada la Norma ISO 690.

El autor es responsable de la exactitud del contenido y citación de todas las referencias. Todas las referencias deberán ser citadas en el documento. Los números en el texto deben colocarse entre paréntesis.

Ejemplos:

Citación de un artículo:

[1] J. Kajihara, G. Amamiya y T. Saya, "Leaming from Bugs", *IEEE Software,* volO, pp. 46-54, Septiembre 1999.

[3] N. E. Fenton, M. Neü, y G. Ostrolenk, "Metrics and Models for Predicting Software Defects", Technical Report Report CRS/10/02, Centre for Software Reability, City Univ., Londres, 1995.

Citación de un libro:

[5] J. Juran, *Managerial Breakthrough,* **New** York: McGraw-Hül, **1968.**

Citación de un documento electrónico:

[6] Land , T. *Web extensión to American Psychological Association* style *(WEAPAS) [* en línea], Rev. 1.4, http://www.uvm.edu/ncrane/estyles /mla.htm [Consulta: 24 abril 1999].

h. Apéndices: Cualquier otro material que impida el desarrollo continuo de la presentación, pero que pueda ser importante para justificar los resultados del artículo.

INSTRUCCIONES PARA LOS AUTORES

Los autores deberán enviar tres (3) copias de su manuscrito a:

Universidad Tecnológica de Panamá
Vicerrectoría de Investigación,
Postgrado y
Extensión
Comité Editorial
Apdo. Postal: 6-2894, El Dorado
Panamá, Rep. de Panamá

Además, debe adjuntarse una página con la dirección del autor para canje de correspondencia y envío de correcciones. Por favor incluir número telefónico, número de fax y dirección de correo electrónico.

Los dictámenes serán realizados por lectores con experiencia en el tema a evaluar y mantendrán su anonimato.

Para cualquier consulta sobre el procedimiento, favor enviar correo electrónico a la siguiente dirección:

tdestro@utp.ac.pa

ó

pablo.montero@utp.ac.pa

El someter el manuscrito a esta Revista implica que el documento no ha sido publicado previamente y que tampoco está siendo considerado para su publicación en otra revista.

Esta revista se terminó de imprimir en
la Imprenta de la
Universidad Tecnológica de Panamá
bajo la administración del
Ing. Héctor M. Montemayor A.
en el mes de diciembre de
2002